Der Markt

Beispiel Wohnungsmarkt:
- einige Wohnungen sind nah an der Uni, andere sind weit weg
- Mieten außerhalb des Stadtgebietes sind ***exogen*** – werden also durch Einflussgrößen außerhalb des Modells bestimmt.
- Mieten innerhalb des Stadtgebietes sind ***endogen*** – werden also durch Einflussgrößen innerhalb des Modells bestimmt.

Die **Optimierungsannahme**: Die Wirtschaftssubjekte versuchen, die besten Konsummuster zu wählen, die sie sich leisten können, ohne einen Kredit aufzunehmen.

Die **Gleichgewichtsannahme**: Die Preise passen sich so lange an, bis die Menge, die nachgefragt wird, gleich der angebotenen Menge ist.

Die Budgetbeschränkung

Die ökonomische Theorie des Konsumenten: Konsumenten wählen das *beste* Güterbündel, das *sie sich leisten können*

das **Güterbündel**:
- (x_1, x_2) - konsumierte Mengen von Gut x_1 und x_2
- (p_1, p_2) - Preise der beiden Güter
- $m = ?$ - verfügbarer Geldbetrag des Konsumenten
- Budgetbeschränkung: $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$
- Das Budget besteht aus allen Güterbündeln (x_1, x_2), die sich der Konsument bei gegebenen Preisen und gegebenen Einkommen leisten kann.
- → 2 Güter: Gut 1 = alle Güter, die man braucht, Gut 2: restliche Euros, die man noch nicht ausgegeben hat

die **Budgetgerade**:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$$x_2 = \frac{m}{p_2} \underbrace{-\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}_{\text{Anstieg der Budgetgerade}} x_1$$

- Eine Einkommenserhöhung (m) führt zu einer Verschiebung der Gerade nach außen
- Eine Erhöhung von p_1 macht die Gerade steiler
- Eine Erhöhung von p_2 macht die Gerade flacher

Numéraire-Preis
- man kann p_2 auf eine bestimmte Höhe. (z.B. 1) festlegen. Der andere Preis und das Einkommen werden dann relativ zu diesem Numéraire-Preis gemessen: $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$
- oder man dividiert die Preise p_1 und p_2 durch das Budget m, sodass m die Rolle des numéraire übernimmt: $\left(\frac{p_1}{m}\right)x_1 + \left(\frac{p_2}{m}\right)x_2 = 1$

Steuern, Subventionen und Rationierung
- Mengensteuer: Steuer t ist auf jede Mengeneinheit eines Gutes zu zahlen: $p_1 + t$ ist der neue Preis

- Wertsteuer: Steuer auf den Wert/Preis eines Gutes, z.B. Mehrwertsteuer: $(1+\tau)p_1$ ist der neue Preis
- Subventionen: das Gegenteil von Steuern: $p_1 - s$ und $(1-\sigma)p_1$ sind die neuen Preise
- Rationierung: der Konsument kann nur eine bestimmte Menge eines Gutes konsumieren

Präferenzen

Präferenzen sind Beziehungen zwischen Güterbündeln aus Sicht eines Konsumenten
- $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$ bedeutet: Das x-Güterbündel wird dem y-Güterbündel streng vorgezogen
- $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ bedeutet: Der Konsument ist zwischen den beiden Güterbündeln indifferent
- $(x_1, x_2) \gtrsim (y_1, y_2)$ bedeutet: Der Konsument zieht das x-Güterbündel dem y-Güterbündel schwach vor
- Präferenzen sind vollständig, reflexiv und transitiv

Beispiele für Präferenzen
- perfekte Substitute: dem Konsumenten ist es egal, welche Farbe ein Stift hat, Austauschverhältnis 1:1
- perfekte Komplemente: werden in konstantem Verhältnis miteinander konsumiert, Auto und Reifen (Austauschverhältnis 1:4), linke und rechte Schuhe (Austauschverhältnis 1:1)
- Ungut: Der Abfall bei der Herstellung einer Wurst sollte möglichst gering sein
- neutrales Gut: Fisch mag der Konsument nicht, es ist ihn egal, wie viel oder wenig Fisch er bekommt
- Sättigung: Die Zufriedenheit steigt nur solange, bis der Sättigungspunkt erreicht ist

Eigenschaften von Präferenzen im Normalfall:
- Monotonie: es wird angenommen, dass *mehr* immer *besser* ist, außer dem Übel-Gütern
- Konvexität: Durchschnitte sind besser als Extreme

Die Konvex-Kombination zweier Bündel $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2_+$ wird als gewichteter Durchschnitt so formalisiert: $\left(tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2\right)$ mit $t \in [0,1]$

Grenzrate der Substitution GRS (bzw. MRS)
- $MRS(x)$ ist der Anstieg der Indifferenzkurve im Punkt x. Also $MRS = \dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1} < 0$
- MRS misst das Austauschverhältnis, zu dem der Konsument bereit ist, Gut 2 für Gut 1 zu substituieren
- Anders gesagt: MRS misst das Verhältnis, bei welchem der Konsument gerade an der Grenze zwischen Tausch und Nichttausch ist.

Nutzen

Interpretation von Nutzen:
- Nutzen durch Präferenzen beschreiben
- Nutzenfunktion: Den Güterbündeln, die bevorzugt werden, werden höhere Zahlen zugeordnet
- $\Rightarrow u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2) \iff (x_1, x_2) > (y_1, y_2)$
- Nur die Richtung der Güterbündel ist für die Nutzenfunktion wichtig, daher spricht man von der Theorie des **ordinalen Nutzens**
- Vorteile: leichter handhabbar als Glück, liefert komplette Theorie der Nachfrage

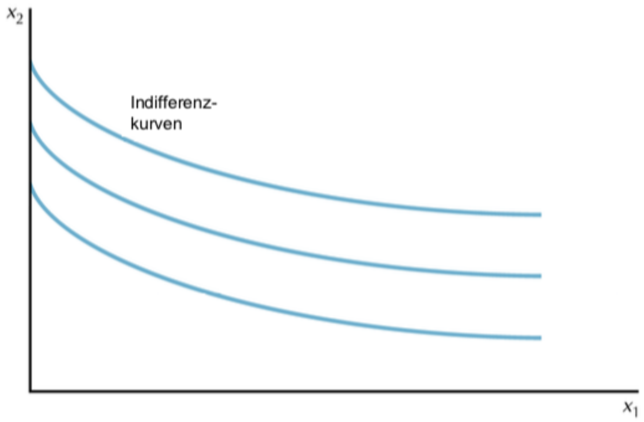
Monotone Transformation
- Sei $u(x_1, x_2)$ eine Nutzenfunktion und f monoton wachsend. Dann repräsentiert $f(u(x_1, x_2)) = (f \circ u)(x_1, x_2)$ dieselben Präferenzen - *monotone Transformation*

- Warum? Weil $(f \circ u)(x_1, x_2) > (f \circ u)(y_1, y_2) \iff u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$
- Eine sogenannte *monotone Transformation einer Nutzenfunktion* $f \circ u$ ist wieder eine Nutzenfunktion, die dieselben Präferenzen darstellt, wie die ursprüngliche Nutzenfunktion u

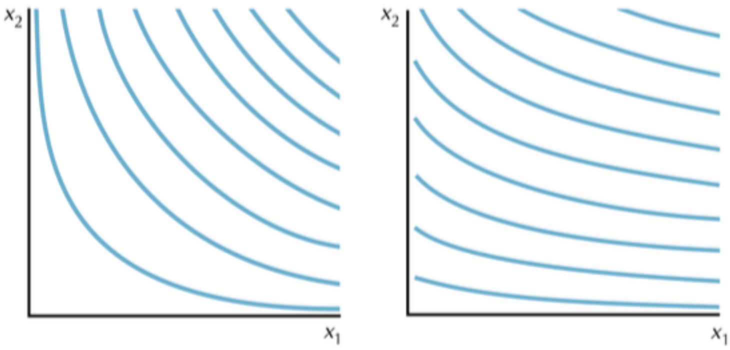
Nutzenfunktion → Indifferenzkurve
Man zeichnet alle Punkte (x_1, x_2) für die $u(x_1, x_2)$ konstant ist

Indifferenzkurve → Nutzenfunktion
Die Nutzenfunktion muss genau die Präferenzen widerspiegeln

Beispiele:
- perfekte Substitute: nur die Anzahl der Bleistifte ist wichtig, darum ist $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ die Lösung
- perfekte Komplemente: nur die Anzahl vollständiger Schuhpaare ist wichtig: $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$
- Quasilineare Präferenzen: alle Indifferenzen sind vertikal verschobene Kopien einer Indifferenzkurve: $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$



- Cobb-Douglas Präferenzen: $u(x_1, x_2) = x_1^c \cdot x_2^d$
  - Transformation $f(z) = \ln(z) \Rightarrow v(x_1, x_2) = \ln(x_1^c \cdot x_2^d) = c \cdot \ln x_1 + c \cdot \ln x_2$
  - Transformation: $f(z) = z^{\frac{1}{c+d}}$ und $a = \dfrac{c}{c+d} \Rightarrow v(x_1, x_2) = x_1^a \cdot x_2^{1-a}$



A $c = 1/2$ $d = 1/2$ **B** $c = 1/5$ $d = 4/5$

Der Grenznutzen
Zusätzlicher Nutzen, wenn der Konsument eine differentiell kleine Einheit von Gut 1 konsumiert.

- $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2 \Rightarrow MU_1 = \dfrac{\partial u}{\partial x_1} = 1$
- $u(x_1, x_2) = a \cdot x_1 \cdot x_2 \Rightarrow MU_1 = a \cdot x_2$

Beziehung zwischen Grenznutzen und Grenzrate der Substitution

- $u(x_1, x_2) = k$ beschreibt eine Indifferenzkurve, wobei k konstant ist.
- Anstieg der Indifferenzkurve im Punkt (x_1, x_2): $MRS(x_1, x_2)$
- Wir betrachten eine differentiell kleine Konsumänderung $(\mathrm{d}x_1, \mathrm{d}x_2)$, bei der der Nutzen konstant bleibt, also $\mathrm{d}U = 0$, d.h. wir bewegen uns entlang der Indifferenzkurve (Totales Differential):

$$\mathrm{d}U = MU_1 \cdot \mathrm{d}x_1 + MU_2 \cdot \mathrm{d}x_2 \qquad = 0$$

$$\mathrm{d}U = \frac{\partial u}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2 \qquad = 0$$

- daher: $MRS = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = -\frac{MU_1}{MU_2}$, somit kann man über die Nutzenfunktion die MRS herleiten

Beispiel: Bus oder Auto?
Es wird das Transportmittel genommen, was die geringste Belastung bringt. Jede Alternative kann durch ein Bündel verschiedener Merkmale dargestellt werden, wie z.B. Fahrzeit x_1, Wartezeit x_2, Kosten x_3, …. Die Präferenzen seien durch eine lineare Nutzenfunktion $u(x_1, \ldots, x_n) = \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_n x_n$ abgebildet. In einer Studie fand man heraus, dass in etwa gilt: $u(TW, TT, C) = -0{,}147TW - 0{,}0411TT - 2{,}24C$ mit

- TW gesamte Gehzeit zum Transportmittel in Minuten,
- TT gesamte Fahrzeit in Minuten und
- C Gesamtkosten in \$.

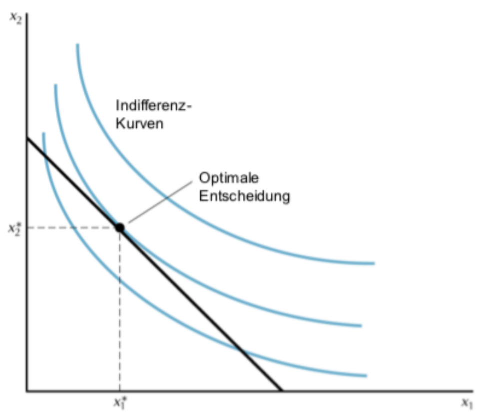
Da alle Präferenzen Belastungen sind, sind ihre Koeffizienten negativ. Was kann man mit dieser Funktion machen?

- MRS berechnen: Wie viel würde der Konsument für eine kürzere Reisezeit bezahlen?
  $MRS = \frac{-0.0411}{-2.24} = 0{,}018\$$ → 1 Minute weniger Fahrzeit ≙ 2 Cent mehr bezahlen
- Vorhersage von Konsumentenreaktionen auf bestimmte Veränderungen
- Abschätzung, ob geplante Maßnahme gesamtwirtschaftlich rechnen würde

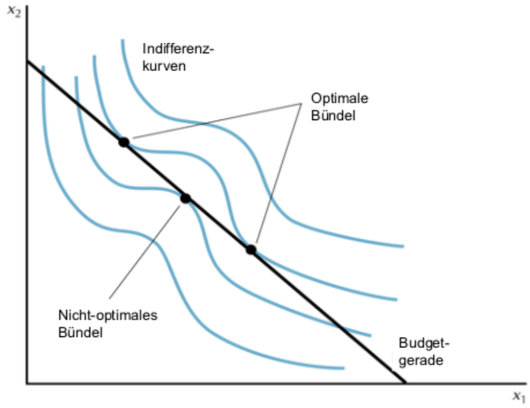
Die Konsumwahl

Die optimale Entscheidung:

- Bewegung entlang der Budgetgeraden bis zu einer Indifferenzkurve, die nicht in die Budgetmenge hineinschneidet
- Tangentialpunkt ist der optimale Punkt - notwendige Bedingung für ein Optimum, formal: $MRS = -\frac{p_1}{p_2}$
- Ausnahmen: Randoptimum, geknickte Indifferenzkurven

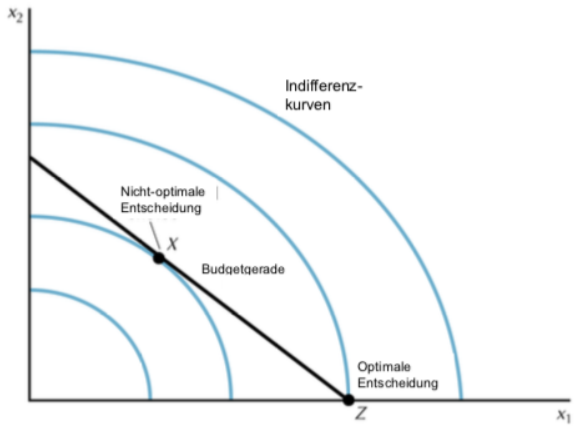


- Tangentialpunkt ist in der Regel nicht hinreichend für ein Maximum, außer im Fall von strikt konvexen Indifferenzkurven oder einem inneren Optimum



Beispiele:

- Perfekte Substitute: $x_1 = \begin{cases} \frac{m}{p_1} & p_1 < p_2 \\ 0 & p_1 > p_2 \end{cases}$
- Perfekte Komplemente: $x_1 = \dfrac{m}{p_1 + p_2}$
- Neutrale Güter und Übel: $x_1 = \dfrac{m}{p_1}$ und $x_2 = 0$, wenn Gut 2 das Übel ist
- Unteilbare Güter: Gut wird konsumiert oder nicht → vergleiche $(0,m)$ mit $(1,m - p_1), (2,m - 2p_1), \ldots$ und wähle das Beste aus
- Konkave Indifferenzkurven: Randlösung, ähnlich wie bei perfekten Substituten, Tangentiallösung wäre falsch
- Homothetische Präferenzen: $(x_1, x_2) > (y_1, y_2) \iff (ax_1, ax_2) > (ay_1, ay_2)\ \forall a > 1$
- Cobb-Douglas-Präferenzen: $x_1 = a\dfrac{m}{p_1}$, beachte: konstante Einkommensanteile, $a =$ Einkommensanteil, der für Gut 1 ausgegeben wird.

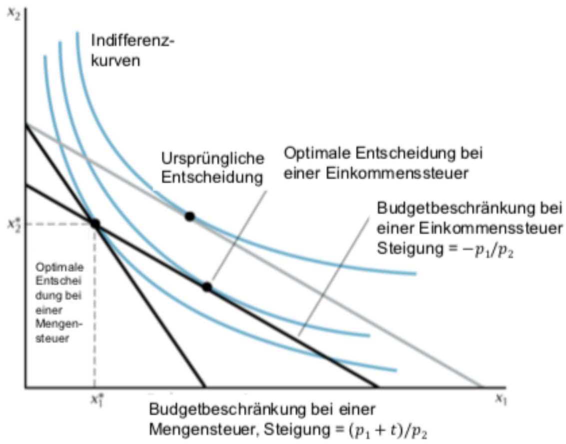


Schätzung von Nutzenfunktionen
- Man untersucht Konsumdaten von Personen (Preise, nachgefragte Mengen)
- Man prüft, ob es dazu eine passende Nutzenfunktion gibt
- z.B. Ausgabenanteile konstant ⇒ Cobb-Douglas-Nutzenfunktion
- Man verwendet die geschätzte Nutzenfunktion zur Beurteilung wirtschaftspolitischer Maßnahmen

Implikation der MRS-Bedingung: Interesse an $MRS =$ negatives Preisverhältnis?

- Wenn sich jeder Konsument den gleichen Preisen gegenüber sieht, dann hat jeder das gleiche Tauschverhältnis zwischen den beiden Gütern. Dies ist unabhängig vom Einkommen und von den Präferenzen.
- Wenn jeder für sich das Tauschverhältnis zwischen den Gütern gleich bewertet, können wir daraus wirtschaftspolitische Entscheidungen ableiten.
- Beispiel eines wirtschaftspolitischen Entscheidungsproblems: Ist es sinnvoll, eine bestimmte Menge eines Gutes zu opfern, um mehr von einem anderen zu erhalten?
- Preise dienen als Leitfaden für die relative marginale Wertschätzung, die die Konsumenten den Gütern entgegen bringen.

Anwendung: Mengensteuer oder Einkommensteuer?
Man kann zeigen, dass eine Einkommensteuer immer besser ist als eine Mengensteuer, in dem Sinne, dass es zu jeder gegebenen Mengensteuer, die ein bestimmtes vorgegebenes Steueraufkommen generiert, eine Einkommensteuer gibt, die den Konsumenten besser stellt und ein genauso großes Steueraufkommen generiert.
- Mengensteuer:
  Ursprüngliche Budgetbeschränkung: $p_1x_1 + p_2x_2 = m \iff x_2 = -\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{m}{p_2}$
  Mengensteuer auf Gut 1: $(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 = m \iff x_2 = -\frac{p_1 + t}{p_2}x_1 + \frac{m}{p_2}$
  Steuereinnahmen: $R^* = tx_1$, wenn (x_1^*, x_2^*) die optimale Konsumentscheidung ist
- Einkommensteuer:
  neue Budgetgerade: $p_1x_1 + p_2x_2 = m - R^*$
  Budgetrestriktion: $p_1x_1 + p_2x_2 = m - tx_1^* \iff x_2 = -\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{m - R^*}{p_2}$
- D.h. die Budgetgerade beim Einkommensteuerfall ist die parallel nach innen verschobene Budgetgerade der ursprünglichen Situation.



Nachfrage

Die Nachfragefunktionen geben die aus Sicht des Konsumenten optimalen Mengen eines Gutes als Funktion aller relevanten Preise uns seines Einkommens an.
- 2 Güter: $x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$ und $x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$
- Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d \Rightarrow \ln(u(x_1, x_2)) = c \cdot \ln(x_1) + d \cdot \ln(x_2)$

Wiederholung Kapitel 5: $MRS = -\frac{p_1}{p_2}$ im optimalen Konsumbündel, weil dies dem inneren Tangentialpunkt der Budgetgeraden mit der höchsten Indifferenzkurve mathematisch beschreibt.

Optimale Entscheidung:

- perfekte Substitute: falls $p_1 = p_2 \Rightarrow x_1 = \left[0, \frac{m}{p_1}\right]$
- perfekte Komplemente: $x_1^* = x_2^* \Rightarrow p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x = \frac{m}{p_1 + p_2}$
- Ungüter: Gut $= \frac{m}{p_1}$, Ungut $= 0$
- unteilbare Güter: Gut 1 unteilbar, Gut 2 teilbar ⇒ Konsument kann wählen zwischen Güterbündeln $(1, m - p_1), (2, m - 2p_1), \ldots, (p_2 = 1)$

Änderung der optimalen Entscheidung bei Änderung des Einkommens:

- Parallelverschiebung der Budgetgeraden
- Einkommen ⇑ → Nachfrage **normales Gut** ⇑
- Einkommen ⇑ → Nachfrage **inferiores Gut** ⇓
- Mit der Änderung des Einkommens verändert sich die optimale Entscheidung entlang der Einkommens-Konsumkurve. Die Preise p_1 und p_2 bleiben konstant.
- Die grafische Darstellung der Beziehung zwischen der aus Sicht des Konsumenten optimalen Menge eines Gutes und dem Einkommen, bei gegeben Preisen, heißt **Engel-Kurve**

Änderung der optimalen Entscheidung bei Änderung des Preises p_1

- Drehung der Budgetgeraden
- Preis ⇑ → Nachfrage **gewöhnliches Gut** ⇓
- Preis ⇓ → Nachfrage **Giffen-Gut/Snob-Gut** ⇓
- Mit Änderung des Preises verändert sich die optimale Entscheidung entlang der Preis-Konsumkurve
- Die grafische Darstellung der Beziehung zwischen der optimalen Menge eines Gutes und seinem Preis, bei gegeben Einkommen und konstanten Preisen aller Güter, heißt **Nachfragekurve**

Inverse Nachfragekurve

Normalerweise denken wir und die „direkte Nachfragekurve“ als eine Funktion, die die Menge in Abhängigkeit des Stück-Preises abbildet. Aber wir können uns den Stückpreis auch als eine Funktion der Menge vorstellen. Dies nennt man die inverse Nachfragefunktion. Die inverse Nachfragefunktion misst dieselbe Beziehung, nur von einem anderen Standpunkt aus, nämlich der Betrachtung des Stückpreises als abhängige Funktion der Menge, d.h. eben nicht wie bisher die Menge als Funktion des Stückpreises.

Lagrange-Optimierungsmethode

$$L = c \cdot \ln(x_1) + d \cdot \ln(x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{c}{x_1} - \lambda p_1 \qquad = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{d}{x_2} - \lambda p_2 \qquad = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1x_1 + p_2x_2 - m \qquad = 0$$

$$\Rightarrow c = \lambda p_1 x_1$$

$$\Rightarrow d = \lambda p_2 x_2$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{c + d}{m}$$

$\Rightarrow x_1 = \dfrac{cm}{(c+d)p_1}$ und $x_2 = \dfrac{dm}{(c+d)p_2}$

Bekundete Präferenzen

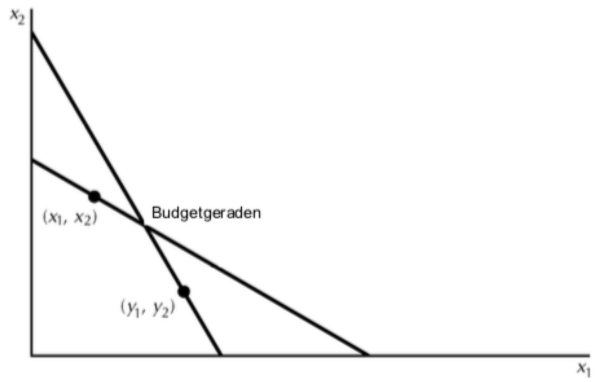
Bisher: Präferenzen → Nachfrageverhalten
Jetzt: Nachfrageverhalten → Präferenzen

Grundbegriffe:

- Wird (x_1, x_2) ausgewählt, obwohl (y_1, y_2) erschwinglich ist, dann $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$
- Wird (x_1, x_2) bei Preisen (p_1, p_2) ausgewählt und ist $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$ dann $(x_1, x_2) > (y_1, y_2) \Rightarrow (x_1, x_2)$ **direkte offenbarte Präferenz des Konsumenten / bevorzugt bekundet / gewählt**
- $X > Y \wedge Y > Z \Rightarrow X > Z$ **indirekt bekundete Präferenz**

Schwaches Axiom der offenbarten Präferenzen (WARP)

- Das Aufdecken von Präferenzen ist nur dann sinnvoll, wenn die Konsumenten auch Nutzenmaximierer sind.



- offenbar ist $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$ und $(x_1, x_2) < (y_1, y_2) \Rightarrow$ Widerspruch!
- Das WARP schließt diese Art von Verhalten aus.

Starkes Axiom der offenbarten Präferenzen (SARP)

- WARP ist nur eine notwendige Bedingung für die Nutzenmaximierung.
- SARP: $(x_1, x_2) > (y_1, y_2) \Rightarrow (x_1, x_2) \nless (y_1, y_2)$
- SARP ist eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Nutzenmaximierung, d.h. wenn der Konsument seinen Nutzen maximiert, dann muss sein Verhalten mit SARP konsistent sein.
- Außerdem: Wenn das Verhalten mit SARP konsistent ist, dann können wir immer eine Nutzenfunktion angebe, die das Verhalten des Konsumenten als Maximierungskalkül erklärt.
- SARP ⇒ Maximierungsverhalten ⇒ WARP

Mengen-Indizes im 2-Güter-Fall

- Konsum in 2 Jahren, Basisjahr b, und anderes Jahr t
- Allgemeine Form des Konsumindex: $\dfrac{w_1x_1^t + w_2x_2^t}{w_1x_1^b + w_2x_2^b}$
- Variablen $x_1^b, x_1^t, x_2^b, x_2^t$ stellen Mengen der Güter 1 und 2 in der entsprechenden Periode dar. Preise sind w_i („weight").
- Man erhält 2 Indextypen, je nachdem ob man die Preise des Jahres t oder die des Jahres b als Gewichte benutzt.

Paasche-Index (Mengenindex)	Laspeyres-Index (Mengenindex)
$P_q = \dfrac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1$ $\Rightarrow p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$	$L_q = \dfrac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}$

⇒ Wenn der Paasche-Index größer als 1 ist, dann muss die Periode t besser sein als die Periode b

⇒ Wenn des Laspeyres-Index kleiner als 1 ist, dann wird der Konsument in t schlechter gestellt als in b

Preis-Index im 2-Güter-Fall
- Preisindex nach Laspeyres und Paasche

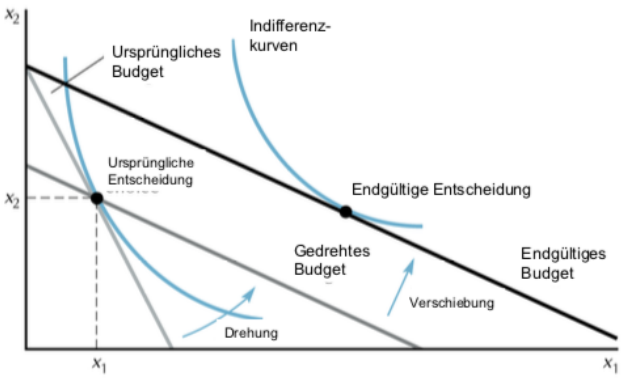
$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}$$

Vergleich Paasche-Index ⇔ M	Vergleich Laspeyres-Index ⇔ M
$P_p = \dfrac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > M$ $\Rightarrow p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t$	$L_p = \dfrac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < M$ $\Rightarrow p_1^t x_1^b > p_1^t x_1^t p_2^t x_2^t$
In b wäre auch (x_1^t, x_2^t) wählbar gewesen, aber (x_1^b, x_2^b) wurde als „bekundet bevorzugt" gewählt. Der Konsument war in b besser gestellt, als in t.	Dem Konsument geht es in t besser als in b, denn er hätte auch (x_1^b, x_2^b) konsumieren können, hat aber bekundet (x_1^t, x_2^t) gewählt.

Substitutions- und Einkommenseffekt. Die Slutsky-Identität

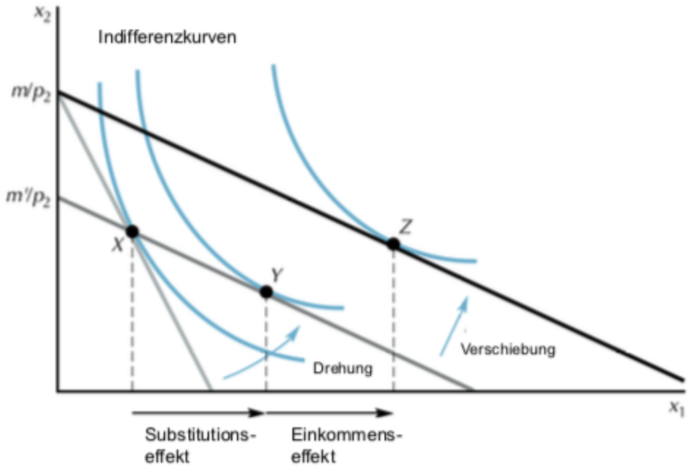
Wir suchen nach einer Möglichkeit, den Effekt einer Preisänderung auf die Güternachfrage in 2 „einfachere" Teile zu zerlegen. Das ist der Kern einer jeden Analyse: Zerlege den Untersuchungsgegenstand in einfachere Teile, um sein Verhalten bei einer Änderung als Ganzes zu untersuchen ⇒ Reduktionismus

Zerlegung der Folgen einer Preisänderung in eine Drehung und eine Verschiebung der Budgetgeraden
- hypothetische Änderungen
- Wir können so jede Änderung isoliert untersuchen und anschließend die Summe der beiden Änderungen betrachten
- Preisänderung: Änderung der Steigung der Budgetgerade + Verschiebung (= Einkommensänderung)



$$m = p_1x_1 + p_2x_2 \qquad p_1 \to p_1'$$
$$m' = p_1'x_1 + p_2x_2$$
$$\Rightarrow \Delta m = m' - m = x_1(p_1' - p_1)$$
$$\iff \Delta m = x_1\Delta p_1$$

Nachfrageänderung infolge Drehung der Budgetgeraden ist der Substitutionseffekt
- Dieser misst, wie sich die Nachfrage ändert, wenn wir einen Güter-Preis ändern und die Kaufkraft künstlich konstant halten (durch Änderung des Einkommens um Δm).
- Also: Wie viel würde eine Person von x_1 nachfragen, wenn sie genau genügend Geld hätte, um sich das alte Güterbündel leisten zu können, wenn sich p_1 ändert?
- Dieses Vorgehen isoliert den reinen Effekt einer Änderung der relativen Preise, ohne Berücksichtigung der Tatsache, dass sich ein einer Änderung der relativen Preise auch der verfügbare Budgetrahmen ändert.
- Der Substitutionseffekt muss wegen des Axioms der offenbarten Präferenzen immer nicht-positiv sein. „Negativ“ bedeutet, dass sich die Veränderung der Menge in die zur Preisrichtung entgegengesetzte Richtung bewegt.

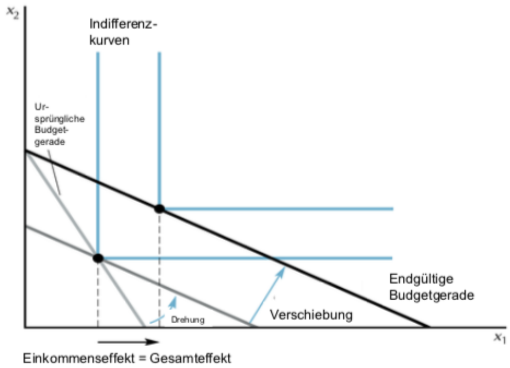


Nachfrageänderung infolge einer Verschiebung ist der Einkommenseffekt
- Erhöhung des Einkommens bei konstant gehaltenen Preisen.
- Der Einkommenseffekt kann zu einer Erhöhung oder zu einer Verringerung der Nachfrage führen, je nachdem, ob es sich um ein normales oder ein inferiores Gut handelt.

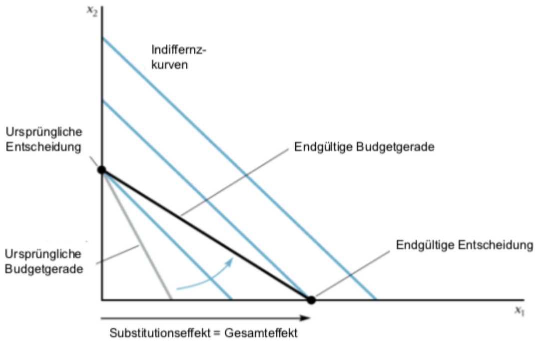
Gesamte Änderung der Nachfrage ist die Summe aus Substitutions- und Einkommenseffekt
- Slutsky-Identität: „Eigenpreis-Mengenänderung“ $p_1 \to p_1'$
$$\underbrace{\Delta x_1^s}_{\text{Substitution}} + \underbrace{\Delta x_1^n}_{\text{Nachfrage}}$$
$$x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m) + x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m')$$
- Wenn es sich um ein normales Gut handelt, verstärken sich der SE und der EE gegenseitig:
$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$
$$- \Leftarrow - \qquad -$$
- Wenn es sich um ein inferiores Gut handelt, kann der Gesamteffekt sowohl positiv als auch negativ sein
$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$
$$\pm \Leftarrow - \qquad +$$
- Giffen $\Rightarrow$ inferior, aber inferior $\nRightarrow$ Giffen

Besondere Beispiele

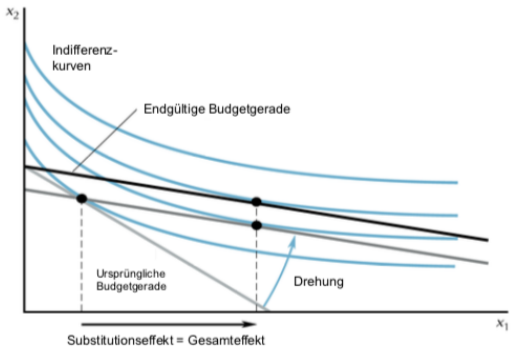
- Perfekte Komplemente



- Perfekte Substitute



- Quasilineare Präferenzen



Anwendung: Rückvergütung einer Steuer

- Erhebung einer Steuer auf Benin und spätere Rückerstattung der Steuereinnahmen an die Konsumenten: Plan für die USA zur Ressourcenreduktion 1974 nah Ölpreis- und -embargoschock
- Ursprüngliche Budgetbeschränkung: $px + y = m$ (y sind alle anderen Guter außer Benzin, bilden des numéraire mit Preis 1). Optimale Konsumentscheidung (x, y)
- Nach der Rückerstattung der Steuer an den Konsumenten in Höhe des Steueraufkommens ist die Budgetbeschränkung: $(p + t)x' + y' = m + tx'$. Optimale Konsumentscheidung jetzt: (x', y')
- tx' wird beiderseits subtrahiert : Konsum nach der Einführung der Steuer muss also $px' + y' = m$ erfüllen.
- Das neue Bündel (x', y') ist daher also auch schon bei der ursprünglichen Budgetbeschränkung erschwinglich, wurde aber zu Gunsten von (x, y) zurückgewiesen, d.h. $(x, y) > (x', y')$
- Fazit: Konsument wird trotz Rückerstattung der Steuer offensichtlich schlechter gestellt mit der Besteuerung mit Rückerstattung!

Slutsky-Identität in Änderungsraten

- Man kann den Slutsky-Effekt in absoluten Veränderungen als Slutsky-Identität darstellen

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_2^n = x_i(p_1', m) - x_1(p_1, m)$$

$$\frac{\delta x_1}{\delta p_1} = \frac{\delta x_1^s}{\delta p_1} - \frac{\delta x_1}{\delta m} x_1$$

Änderungsrate der Nachfrage von Gut 1 bei einer 1%-igen Eigenpreisänderung

SE in Raten: Einkommen wird künstlich so variiert, so dass das alte Güterbündel erschwinglich bleibt

EE in Raten: Wir wollen im Nenner eigentlich eine Einkommensänderung stehen haben, nicht den Preis von Gut 1

Wir wissen: $\Delta m = x_1 \Delta p_1 \Rightarrow \Delta p_1 = \frac{\Delta m}{x_1}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1$$

$$\Rightarrow SE = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

$$\Rightarrow EE = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta p_1}$$

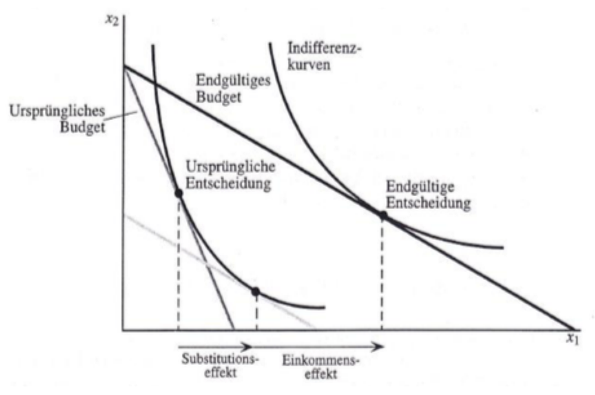
SE: Änderungsrate der Nx_1 nach Preisänderung bei Erschwinglichkeit des ursprünglichen Bündels

EE: Änderungsrate der Nx_1, wenn Preise konstant gehalten werden und das Einkommen angepasst wird

Gesetz der Nachfrage

Wenn die Nachfrage nach einem Gut auf Grund einer Einkommenserhöhung steigt, d.h. das Gut ist ein normales Gut, dann muss die Nachfrage nach diesem Gut bei einem Preisanstieg fallen.
⇒ Bei einem normalen Gut verstärken sich Substitutions- und Einkommenseffekt in dieselben Richtung, d.h. die Nachfrage nach diesem Gut muss bei einem Preisanstieg fallen.

Hicks-Substitutionseffekt

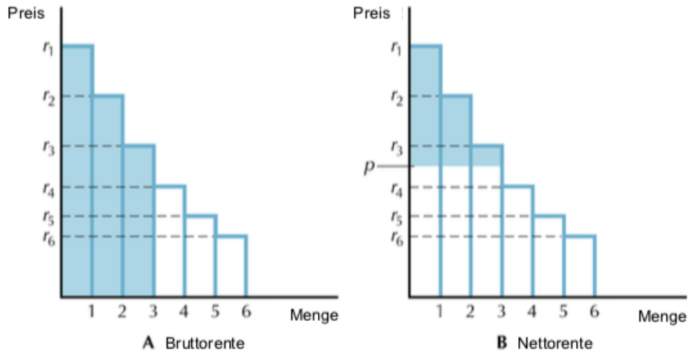


Die Budgetgerade wird entlang der Indifferenzkurve anstatt im ursprünglichen gewählten Bündel gedreht.

Konsumentenrente

Grundidee der Konsumentenrente

- Gesucht wird ein Maß dafür, wie viel eine Person bereit ist, für ein Gut zu bezahlen. Oder: Wie viel ist eine Person bereit, von einem Gut aufzugeben, um mehr von einem anderen zu bekommen?
- Der Preis misst die marginale Zahlungsbereitschaft. Addition über alle Outputs liefert die gesamte Zahlungsbereitschaft.



Bruttorente = Bruttonutzen, Nettorente = Nettonutzen

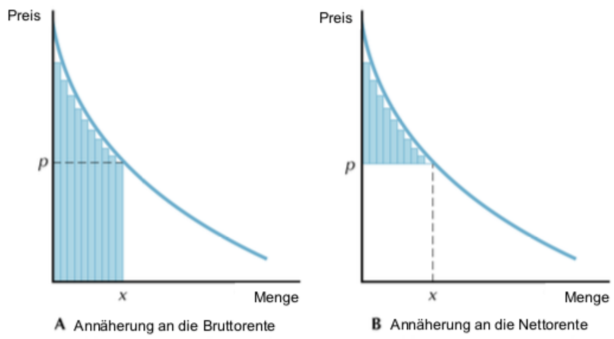
Diskrete Nachfrage

- Reservationspreis misst den Grenznutzen
- Definition der Reservationspreise: $r_1 = v(1) - v(0)$, $r_2 = v(2) - v(1)$, $r_3 = v(3) - v(2)$, …
- Daher: $r_1 + r_2 + r_3 = v(3) - v(0) \overset{v(0)=0}{=} v(3)$ ⇒ Fläche unter der Nachfragekurve
- Davon müssen wir den Betrag den der Konsument ausgeben muss, abziehen, um den Nettonutzen zu erhalten.

$$\underbrace{v(0)}_{=0} + m = v(1) + m - r_1 \iff v(1) + m - r_1$$

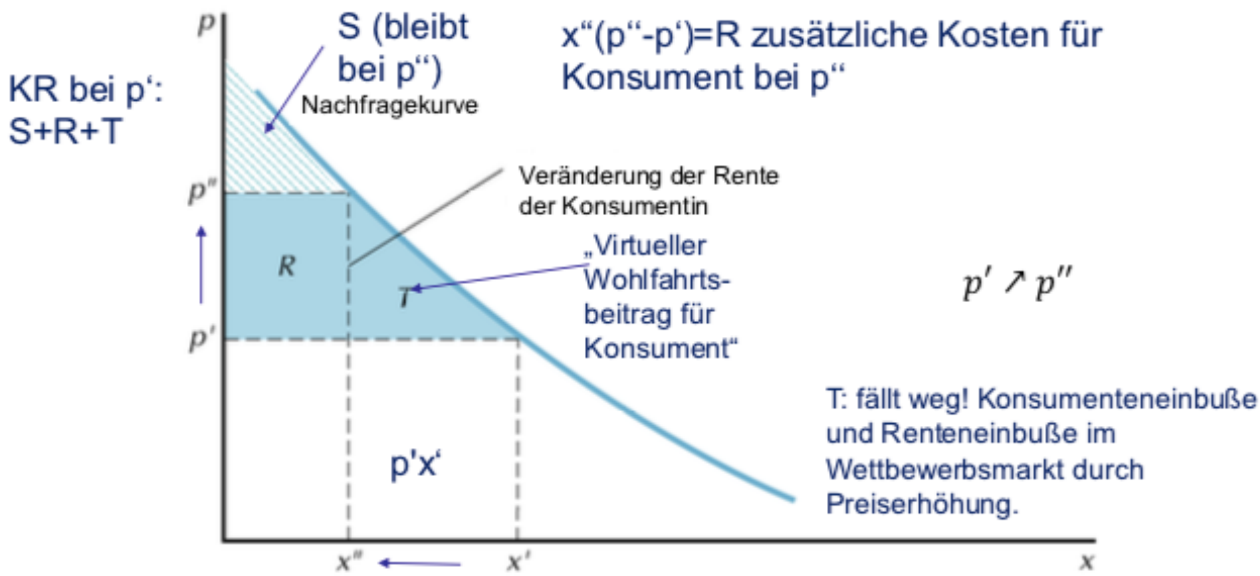
$$v(1) + m - r_2 = v(2) + m - 2r_2 \iff v(2) - v(1)$$

Kontinuierliche Nachfrage



Breite gegen 0 ⇒ exakte Rente (vgl. Riemann-Integral)

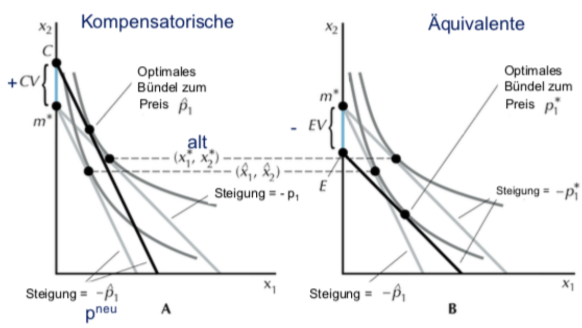
Veränderungen der Konsumentenrente



- Vor Preiserhöhung: Gesamt-Konsumentenrente: $S + R + T$
- Nach Preiserhöhung: Gesamt-Konsumentenrente: S
- $\Rightarrow R$ wird in Produzentenrente umgewandelt
- $\Rightarrow T$ geht verloren (T = Vorteil des Konsumenten aus dem niedrigen Preis p' gegenüber seiner höheren Zahlungsbereitschaft)

Kompensatorische und Äquivalente Variation

- Kompensatorische (CV): Wie viel zusätzliches Geld benötigt ein Konsument, um ihn *nach* einer Preisänderung wieder so zu stellen wie vor der Preisänderung?
- Äquivalente (EV): Wie viel zusätzliches Geld benötigt ein Konsument, um ihn *vor* einer Preisänderung so zu stellen wie nach der Änderung? (Wie viel ist der Konsument bereit zu zahlen, um eine Änderung zu verhindern, die ihn schlechter stellen würde?)
- Im Falle einer quasilinearen Nutzenfunktion sind diese Beträge genau so groß wie die Konsumentenrente.
- Im allgemeinen Fall werden sie sich aber von der Konsumentenrente unterscheiden. Aber die Änderung der Konsumentenrente ist normalerweise eine gute Näherung.



Entscheidungen unter Risiko (Unsicherheit)

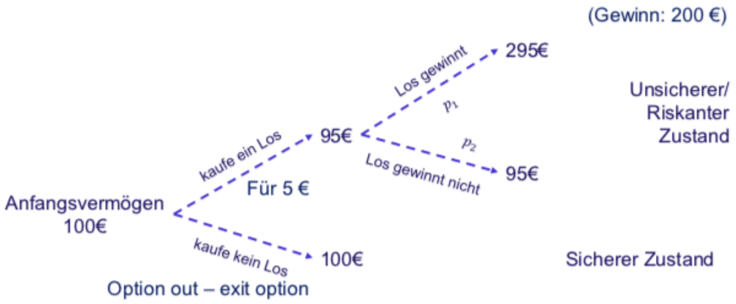
Viele Entscheidungen, die wir fällen, betreffen zukünftige und damit nicht vollständig sichere Ereignisse. Viele der üblichen Konsumentenentscheidungen sind wenig riskant, aber viele andere, insbesondere die wichtigeren, sind unsicher.

Risiko: bekannte Wahrscheinlichkeit für mögliche zukünftige Zustände

Unsicherheit: Eintrittswahrscheinlichkeit sind nicht mit Sicherheit bekannt, auch bekannt als radikale/fundamentale Unsicherheit

In dieser Vorlesung wird ein Instrumentarium für „Risiko“ vorgestellt, nicht für Unsicherheit.

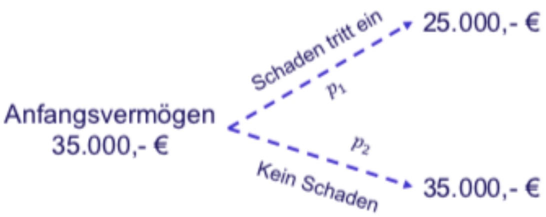
Mikroökonomische Betrachtung von Entscheidungen unter Risiko:
- Zustandsbedingter Konsum: Welche Konsummöglichkeiten entstehen in verschiedenen Realisationen möglicher Umweltzustände. Die unterschiedlichen Konsummöglichkeiten in den verschiedenen Umweltzuständen werden las unterschiedliche Konsumgüter aufgefasst.
  - Präferenzen für zustandsbedingten Konsum
  - Budgetrestriktionen für zustandsbedingten Konsum
- rationale Entscheidungen bei Risiko: Wähle den am meisten präferierten bezahlbaren zustandsbedingten Konsumplan



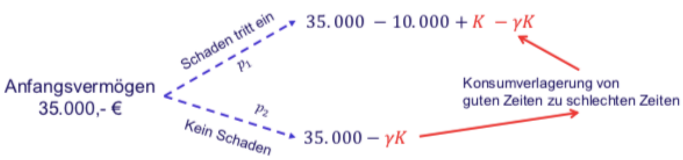
p_i Eintrittswahrscheinlichkeit des Zustandes i (später und im Buch auch π_i)
Oftmals Modellierung als sich gegenseitig ausschließende Ereignisse, dann gilt $p_1 = 1 - p_2$

Wann wird welcher Zustand favorisiert? → Antwort liefern Entscheidungs- und Erwartungsnutzentheorie

Situation ohne Versicherung



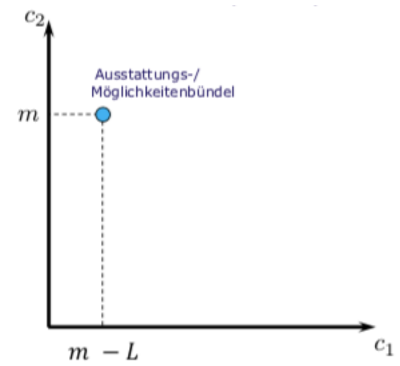
Situation mit Versicherung (Versicherungssumme K, Versicherungsprämie γK)



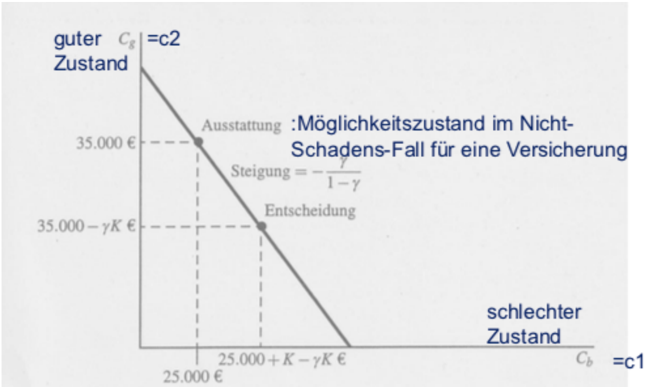
Wenn $K = 10000$, dann perfekte oder vollständige Versicherung, da die Schadenssumme der Versicherung den entstandenen Schaden L vollständig abdeckt.

Wovon hängt es ab, ob sich ein Konsument für eine Versicherung entscheidet?
- Höhe des Versicherungsprämiensatzes γ
- Risikopräferenz des Konsumenten

Zustandsbedingter Konsumplan: Liste der Konsummengen, die bei Eintreten bestimmter Zustände der Natur resultieren, sei m das Anfangsvermögen und L die Schadenshöhe



c_1 ist der Konsum im Zustand „Schadensfall“
c_2 ist der Konsum im Zustand „kein Schadensfall“



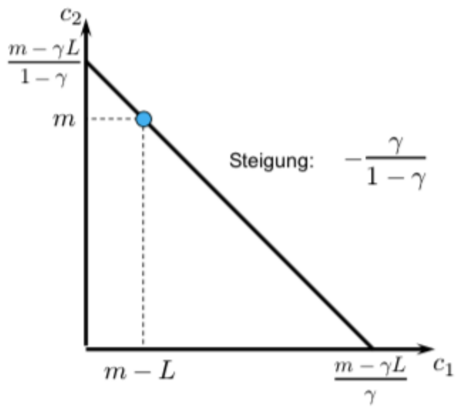
Zustandsbedingte Verträge: Verträge, die ausgeführt werden, wenn ein bestimmter Umweltzustand eintritt.
⇒ Erweiterung der Menge zustandsbedingter Konsumpläne

Eine Versicherung ist eine Möglichkeit, einen gewünschten zustandsbedingten Konsumplan zu erreichen. Z.B. ein anderes Konsumbündel, welches im Schadensfall nicht den vollen oder überhaupt keinen Schäden tragen muss.

Die Versicherung ermöglicht weitere zustandsbedingte Konsumpläne:
- $c_1 = m - L - \gamma K + K$
- $c_2 = m - \gamma K$

Versicherung beeinflusst Konsumhöhe in beiden Umweltzuständen:
- $K = \dfrac{c_1 - m + L}{1 - \gamma}$
- $c_2 = m - \gamma\left(\dfrac{c_1 - m + L}{1-\gamma}\right) = \underbrace{\dfrac{m - \gamma L}{1-\gamma}}_{\text{Absolutglied}} - \underbrace{\dfrac{\gamma}{1-\gamma}c_1}_{\text{Anstieg } c_1}$

Zustandsbedingte Budgetgerade: Menge der höchstmöglichen Kombinationen zustandsbedingter Konsumpläne



$$c_2 = \frac{m-\gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} c_1$$

Steigung der Budgetgerade

Preisverhältnis des Konsums in beiden Zuständen $-\frac{\partial c_2}{\partial c_1} = \frac{\gamma}{1-\gamma}$

Auf wie viele Einheiten Konsum im schadenfreien Zustand muss man verzichten, um eine Einheit mehr Konsum im Zustand Schadensfall zu erhalten?

⇒ Eine Einheit mehr Konsum im Schadensfall Zustand 1 erfordert Erhöhung der Versicherungssumme um $\frac{1}{1-\gamma}$. Dies reduziert den Konsum im guten Zustand um $\gamma \frac{1}{1-\gamma}$.

Der erwartet Nutzen eines Konsumbündels muss nicht mit den Nutzen eines sicheren Konsumbündels übereinstimmen.

$EU(c_1, c_2; \pi_1, \pi_2) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2)$ = mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichtete Summe des Nutzens in den jeweiligen Zuständen.

⇒ Zustandsnutzenfunktion u

- im einfachsten Fall: $u(c) = c$
- kompliziertere Fälle: positiv affine Transformation des einfachsten Falles, z.B. $u(c) = ac + z$

Zustandsbedingte Indifferenzkurve: Menge der Konsumpläne, die den gleichen Erwartungsnutzen liefern: $\pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2) = EU = const.$

$\Rightarrow dEU = \pi_1 u'(c_1) dc_1 + \pi_2 u'(c_2) dc_2$

Entlang der Indifferenzkurve gilt: $dEU = 0 \Rightarrow \pi_2 u'(c_2) dc_2 = -\pi_1 u'(c_1) dc_1$

Änderungen der Konsummengen entlang einer Indifferenzkurve: $-\left.\frac{dc_2}{dc_1}\right|_{dEU=0} = \frac{\pi_1 u'(c_1)}{\pi_2 u'(c_2)}$

Steigung der zustandsbedingten Indifferenzkurven

$$GRS = -\left.\frac{dc_2}{dc_1}\right|_{dEU=0} = \frac{\pi_1 u'(c_1)}{\pi_2 u'(c_2)}$$

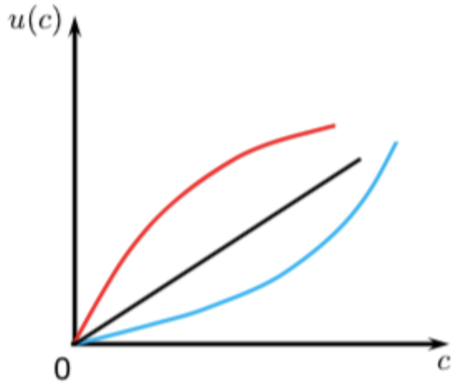
Auf wie viele Einheiten Konsum im schadenfreien Zustand ist der Haushalt maximal zu verzichten bereit, wenn er dafür eine Einheit mehr Konsum im Schadensfall bekommt?

GRS entspricht dem mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichteten umgekehrten Verhältnis der zustandsbedingten Grenznutzen.

Der Grenznutzen aus zustandsbedingten Konsum drückt die Risikoeinstellung des Haushaltes aus!

- Risikoaversion: Abnehmender Grenznutzen aus zustandsbedingtem Konsum
- Risikoaffinität: Zunehmender Grenznutzen aus zustandsbedingtem Konsum
- Risikoneutralität: Konstanter Grenznutzen aus zustandsbedingtem Konsum

Die Gestalt der zustandsbedingten Indifferenzkurven wird durch den Grenznutzen aus zustandsbedingtem Konsum bestimmt!

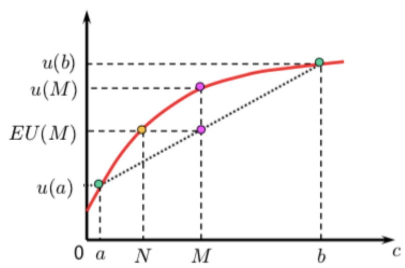
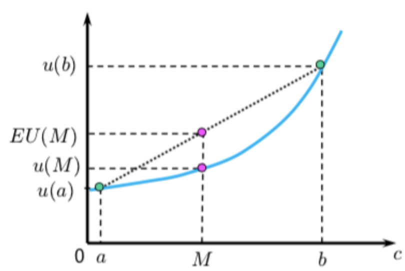
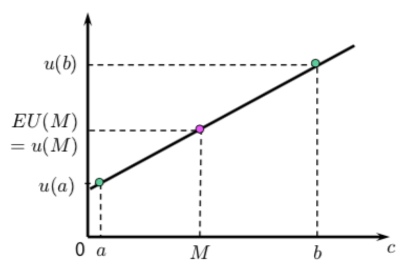


Beispiel: Lotterie

- Auszahlung a, Wahrscheinlichkeit: π_1
- Auszahlung b, Wahrscheinlichkeit: π_2
- Erwartungswert: $M = \pi_1 a + \pi_2 b$
- Erwartungsnutzen: $EU(M) = \pi_1 u(a) + \pi_2 u(b)$
- alternativ: sichere Auszahlung mit Erwartungswert M und Nutzen $u(M) = \pi_1 a + \pi_2 b$
- $\Rightarrow$ es kann sein, dass $u(M) \neq EU(M) \iff u(\pi_1 a + \pi_2 b) \neq \pi_1 u(a) + \pi_2 u(b)$

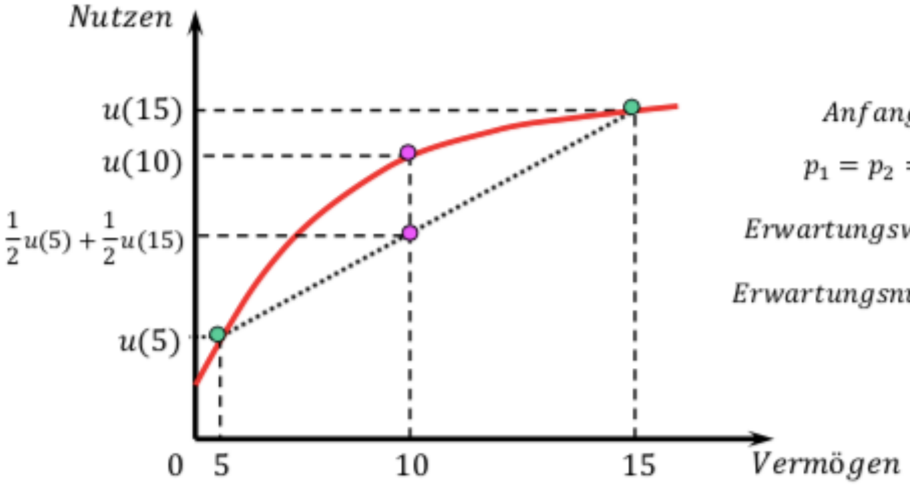
Der Haushalt ist

- risikoavers, wenn $u(M) > EU(M)$, d.h. sichere Auszahlung wird Lotterie mit gleichem Erwartungswert vorgezogen
- risikoaffin, wenn $u(M) < EU(M)$, d.h. Lotterie wird sicherer Auszahlung mit gleichem Erwartungswert vorgezogen
- risikoneutral, wenn $u(M) = EU(M)$, d.h. Lotterie wird genau so gut eingeschätzt, wie sichere Auszahlung mit gleichem Erwartungswert

Risikoaversion	**Risikoaffinität**	**Risikoneutralität**
		
fallender Grenznutzen aus zustandsbedingtem Konsum	steigender Grenznutzen aus zustandsbedingtem Konsum	konstanter Grenznutzen aus zustandsbedingtem Konsum

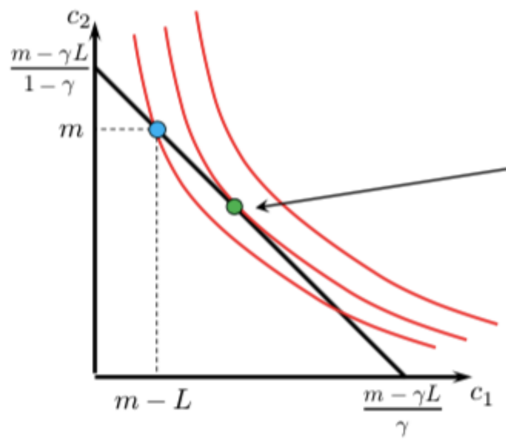
Risikoaversion	Risikoaffinität	Risikoneutralität
Sicherheitsäquivalent: Der Haushalt hat bei einer sicheren Auszahlung in Höhe N den gleichen Nutzen, wie bei einer unsicheren Auszahlung mit Erwartungswert M		
Risikoprämie: Haushalt tauscht sichere Auszahlung N nur gegen Lotterie mit riskanten Auszahlungen a und b ein, wenn ihr Erwartungswert mindestens M beträgt. Risikoprämie = $u(M) - EU(M)$	Risikoprämie: Haushalt tauscht sichere Auszahlung in Höhe von M sogar schon gegen Lotterie mit riskanten Auszahlungen a und b ein, wenn deren Erwartungswert ebenfalls nur M beträgt. Risikoprämie = $u(M) - EU(M)$ < 0	

Risikoaverse Haushalte
- sind bereit, Geld für die Abnahme des Risikos zu zahlen
- ziehen eine Lotterie nur dann einer sicheren Auszahlung vor, wenn die Lotterie einen hinreichend höheren Erwartungswert aufweist
- bzw. wenn sie mit einer hinreichend hohen Risikoprämie entlohnt werden



$$Anfangsvermögen = 10€,$$
$$p_1 = p_2 = \frac{1}{2}, c_1 = 5€, c_2 = 15€$$
$$Erwartungswert = \frac{1}{2}5€ + \frac{1}{2}15€ = 10€$$
$$Erwartungsnutzen = \frac{1}{2}u(5€) + \frac{1}{2}u(15€)$$

Für einen risikoaversen Konsument ist der Nutzen des erwartungswertes des Vermögens $u(10)$ höher als der erwartete Nutzen des Vermögens $\frac{1}{2}u(5) + \frac{1}{2}u(15)$



$$\frac{\pi_1 u'(c_1)}{\pi_2 u'(c_2)} = \frac{\gamma}{1-\gamma}$$

⇒ Höhe der Versicherung und des Nutzenniveaus hängen vom Preis der Versicherung ab!

Faire Versicherung
- kompetitiver Versicherungsmarkt, kein Gewinn der Versicherer:
  Gewinn = $\gamma K - p_1 K - (1 - p_1)0 = \gamma K - p_1 K = 0$
- Versicherung ist fair, gdw. $\gamma = p_1$
- ⇒ Preis für 1€ Versicherungsleistung entspricht der Schadenswahrscheinlichkeit
- rationale Versicherungsentscheidung: $\frac{\pi_1 u'(c_1)}{\pi_2 u'(c_2)} = \frac{\pi_1}{1 - \pi_1} \Rightarrow u'(c_1) = u'(c_2)$
- ⇒ Gleicher Grenznutzen des Konsums in beiden Zuständen ⇒ gleicher Konsum in beiden Zuständen: $c_1 = c_2$

Risikoaverse Haushalte, denen eine faire Versicherung zur Verfügung steht, wählen eine Vollversicherung! Effizienzgewinn, da das Risiko vom risikoaversen Haushalt aus risikoneutrales Versicherungsunternehmen übertragen wird.

Unfaire Versicherung
- Versicherer machen Gewinne: $\gamma > \pi_1$
- Daher gilt im Nutzenmaximum des Haushalts:
  $\frac{\pi_1 u'(c_1)}{\pi_2 u'(c_2)} = \frac{\gamma}{1 - \gamma} > \frac{\pi_1}{\pi_2} \Rightarrow \frac{u'(c_1)}{u'(c_2)} > 1 \Rightarrow c_1 < c_2$, d.h. im Schadensfall (Zustand 1) kann der Haushalt weniger konsumieren als im Nicht-Schadensfall.

Risikoaverse Haushalte wählen bei einer unfairen Versicherung keine Vollversicherung.

Technologie

Wir brachen eine Möglichkeit, den technischen Beschränkungen, denen sich ein Unternehmen gegenüber sieht, zu beschreiben. Welche Kombinationen aus Inputs und Outputs sind möglich?
- physikalische/naturgesetzliche Erfordernisse/Gesetze
- Technologische Möglichkeiten

Inputs
- Produktionsfaktoren
- Klassifikation: Arbeit, Boden, Rohmaterialien, Kapital
- für gewöhnlich versucht man, diese als Stromgrößen zu erfassen
- beachte: Finanzkapital vs. physisches Kapital

Beschreibung der technologischen Beschränkungen
- Produktionsmöglichkeitenmenge: Kombination von Inputs und Outputs, die alle technologisch machbaren Produktionsmöglichkeiten darstellen
- Produktionsfunktion: obere Grenze der Produktionsmöglichkeitenmenge → Maximierung optimal
- Isoquanten: alle Kombinationsmöglichkeiten von Inputs, die nötig sind, um eine konstante Menge des Outputs herzustellen
- Isoquanten (Linien konstanten Outputs) sind eine Analogie zu Indifferenzkurven (konstanter Nutzen)

Beispiele für Isoquanten
- Konstante Propositionen (vgl. perfekte Komplemente)
- Perfekte Substitute

Eigenschaften einer „gutartigen“ Technologie
- Monotonie: Einsatz von mehr Inputs führt zu höherem Output

- Konvexität: gewogene (gewichtete) Durchschnitte der Inputs liefern höheren Output als die Extreme

Grenzprodukt:
- MP_1 gibt an, wie viel zusätzlicher Output durch eine marginale Erhöhung des Inputs 1 produziert werden kann. MP = Marginal Product
- Voraussetzung: Einsatz von Input 2 bleibt konstant
- $MP_1 = \dfrac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \lim\limits_{\Delta x_1 \to 0} \dfrac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$

Technische Rate der Substitution (Steigung der Isoquanten an einem Punkt)
- Analogie zur Grenzrate der Substitution
- Gegeben durch das Verhältnis der Grenzprodukte $TRS = \dfrac{dx_2}{dx_1} = -\dfrac{MP_1(x_1, x_2)}{MP_2(x_1, x_2)}$

Abnehmendes Grenzprodukt
- vermehrter Einsatz eines Inputs erhöht den produzieren Output, aber mit abnehmender Rate
- Gesetz der abnehmenden Grenzerträge = Ertragsgesetz

Abnehmende Grenzrate der Substitution
- Gleichbedeutend mit Konvexität
- beachte den Unterschied zwischen abnehmenden MP und Abnehmer TRS

Kurze und lange Frist
- alle Produktionsfaktoren variabel: lange Frist
- einige Produktionsfaktoren fix: kurze Frist

Skalenerträge
- Faktoren alle vervielfachen ⇒ Output entsprechend vervielfacht?
- konstante Zahlenerträge: Basisfall $tf(x_1, x_2) = f(tx_1, tx_2)$
- zunehmende Skalenerträge: „Synergie“ $tf(x_1, x_2) < f(tx_1, tx_2)$
- abnehmende Skalenerträge: $tf(x_1, x_2) > f(tx_1, tx_2)$

Gewinnmaximierung

Gewinne sind definiert als Erlöse minus Kosten.Bewertung eines jedes Outputs und Inputs mit seinem Marktpreis - auch wenn er nicht auf einem Markt verkauft wird. Der betreffende Input bzw. Output *könnte* ja alternativ auf einem Markt verkauft werden. Der Einsatz in der Produktion anstelle des Verkaufs auf dem Markt führt daher zu Opportunitätskosten.

$\Rightarrow \Pi = \sum\limits_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum\limits_{i=1}^{m} w_i x_i$, y Output, p Outputpreis, x Input, w Inputpreis

Kurzfristige Gewinnmaximierung
- $\max\{pf(x) - wx\}$
- notweniges Optimalitätskriterium: $pf'(x^*) - w = 0$
- in Worten: Das Wertgrenzprodukt entspricht dem Faktorpreis: $pf'(x^*) = w$
- komparative Statik: Ändere w und p und untersuche, wie sich x und $f(x)$ verhalten.
- Anmerkung: kurzfristig → min. ein Produktionsfaktor ist fix

$$x_2 = \overline{x_2} \text{ fixiert}$$

$$\max_{x_1}\{pf(x_1, \overline{x_2})\} - w_1x_1 - w_2\overline{x_2} \Rightarrow \underbrace{pMP_1(x^*, \overline{x_2})}_{\left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{x_1, \overline{x_2}}} = w$$

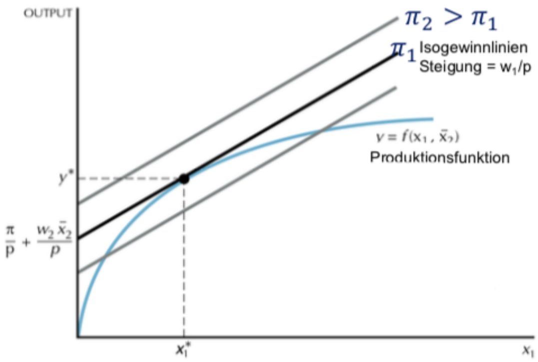
$$\Pi = py - w_1x_1 - w_2\overline{x_2}$$

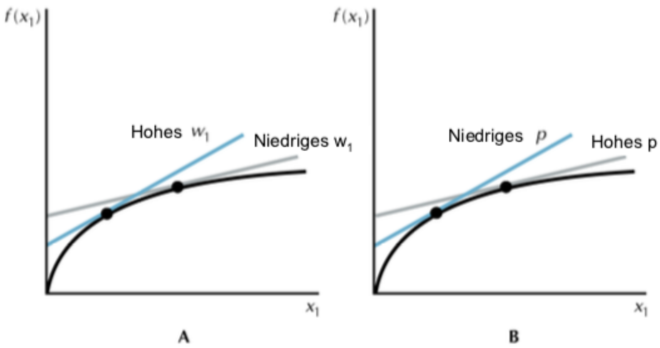
$$y = \underbrace{\frac{\Pi}{p} + \frac{w_2}{p}\overline{x_2}}_{y\text{–Achsenabschnitt}} + \underbrace{\frac{w_1}{p}}_{\text{Abszissenwert}} x_1$$

Π als konstant gewählt: Gewinnniveau
Isogewinnlinie (-gerade)
p konstant, w_2 konstant

Komparative Statik

- Wie ändert sich die optimale Wahl von x_1, wenn w_1 steigt? Neuer Tangentialpunkt an f: Faktornachfrage nach x_1 geht zurück. Also Faktornachfragefunktion ist fallend.
- Wie ändert sich die gewinnmaximale Wahl von x_1 wenn p sinkt? Geringere Faktornachfrage nach Faktor 1.





Langfristige Gewinnmaximierung

$$\max_{x_1, x_2}\{pf(x_1, x_2)\} - w_1x_1 - w_2x_2$$

$$\Rightarrow p\frac{\partial f}{\partial x_1} = w_1$$

$$\Rightarrow p\frac{\partial f}{\partial x_2} = w_2$$

Gewinnmaximierung und Skalenerträge

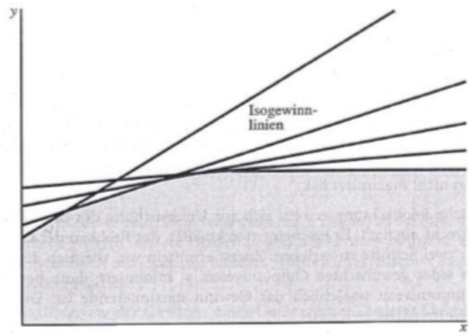
- konstante Skalenerträge haben zur Folge, dass die Gewinne Null sind

- Nullgewinn bedeutet nicht, dass die eingesetzten Produktionsfaktoren nicht angemessen entlohnt werden
- zunehmende Skalenerträge haben zur Folge, dass das Wettbewerbsmodell nicht funktioniert

Bekundete Gewinnmaximierung (einfacher, stringenter Weg zu einer komparativen Statik)
- Beobachte zwei Unternehmens-Entscheidungen, zum Zeitpunkt t und zum Zeitpunkt s
- $y^t = f(x^t) \Rightarrow (p^t, w^t, y^t, x^t)$ bzw. (p^s, w^s, y^s, x^s)
- Wenn das Unternehmen gewinnmaximierend handelt, muss gelten für $s < t$:
$p^t y^t - w^t x^t \geq p^t y^s - w^t x^s$ und $p^s y^s - w^s x^s \geq p^s y^t - w^s x^t$
- Umformen der Ungleichungen: $p^t y^t - w^t x^t \geq p^t y^s - w^t x^s$ und
$-p^s y^t + w^s x^t \geq -p^s y^s + w^s x^s$
- Addieren der Ungleichungen: $(p^t - p^s)y^t - (w^t - w^s)x^t \geq (p^t - p^s)y^s - (w^t - w^s)x^s$
- Oder: $\Delta p \Delta y - \Delta w \Delta x \geq 0$
- $\Rightarrow$ WAPM: Schwaches Axiom der Gewinnmaximierung

Beispiel 1: $\Delta w = 0$
$\Delta p \Delta y \geq 0$, falls $\Delta p > 0 \Rightarrow \Delta y \geq 0$
D.h. Outputmenge y kann nicht sinken, wenn p zwischen s und t steigt.

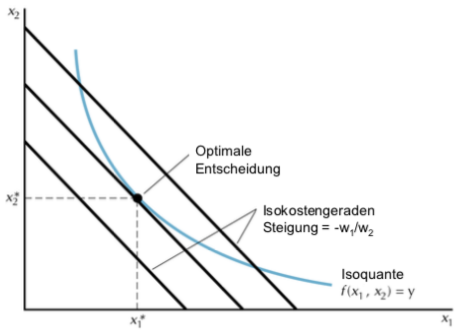
Beispiel 2: $\Delta p = 0$
$-\Delta w \Delta x \geq 0 \iff \Delta w \Delta x \leq 0 \Rightarrow \Delta w > 0 \Rightarrow \Delta x \leq 0$
D.h. Nachfrage nach Faktor $x \leq 0$, falls w steigt.



Je mehr Entscheidungen wir beobachten, umso besser wird die Schätzung der Produktionsfunktion. „untere Einhüllende" = Produktionsfunktion

Kostenminimierung

Kostenminimierungsproblem



- Minimiere die Kosten der Produktion eines gegebenen Outputniveaus: $\min_{x_1, x_2}\{w_1 x_1 + w_2 x_2\}$
- Grafische Lösung: Steigung der Isoquante entspricht der Steigung der Isokostengerade

- Optimalitätsbedingung wird sich analytische ergeben als $\frac{w_1}{w_2} = \frac{MP_1}{MP_2}$
- Kostenoptimaler Einsatz an Produktionsfaktoren: **Bedingte Faktornachfragefunktion**
- Optimale = minimale Kosten: **Kostenfunktion**

$c(w_1, w_2, y)$ bezeichnet die Kostenfunktion der Output-Menge y mit $c = w_1x_1 + w_2x_2 \Rightarrow$ $x_2 = \frac{c}{w_2} - \frac{w_1}{w_2}x_1$ = Isokostengerade für $c = const$.

Herleitung der Optimalitätsbedingung
Isoquante = totales Differential der Produktionsfunktion mit konstantem Output
$\Delta y = MP_1(x_1^*, x_2^*) \cdot \Delta x_1 + MP_2(x_1^*, x_2^*) \cdot \Delta x_2 = 0$
Annahme: Wir sind im Kostenminimum. D.h. $w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 \geq 0$ (jede Mengenänderungen kann die Gesamt-Kosten nicht noch senken) und $-w_1\Delta x_1 - w_2\Delta x_2 \geq 0 \iff w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 \leq 0$ (man kann $-\Delta x_1$ für Δx_1 einsetzen) ⇒ $w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 = 0$. Also gilt
$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{w_1}{w_2} = -\frac{MP_1(x_1^*, x_2^*)}{MP_2(x_1^*, x_2^*)}$

Bekundete Kostenminimierung
- Annahme: Wir halten den Output konstant und beobachten Entscheidungen des Unternehmens bei unterschiedlichen Faktorpreisen: x_1, x_2 sind Entscheidungen.
- Wenn die Faktorpreise (w_1^s, w_2^s) gegeben sind, wählt das Unternehmen (x_1^s, x_2^s). Wenn die Faktorpreise (w_1^t, w_2^t) gegeben sind, wählt es (x_1^t, x_2^t).
- Wenn die Entscheidung des Unternehmens kostenminimierend ist, muss gelten: $w_1^tx_1^t + w_2^tx_2^t \leq w_1^tx_1^s + w_2^tx_2^s$ und $w_1^sx_1^s + w_2^sx_2^s \leq w_1^sx_1^t + w_2^sx_2^t$
- Durch Multiplikation mit -1 und Addition der Ungleichungen erhält man $\Delta w_1\Delta x_1 + \Delta w_2\Delta x_2 \leq 0$
- ⇒ WACM: schwaches Axiom der offenbarten Kostenminimierung
- Man kann sagen: Die Faktornachfrage verändert sich in die zur Änderung der Faktorpreise entgegengesetzte Richtung. $\Delta w_2 = 0 \Rightarrow \Delta w_1\Delta x_1 \leq 0$
- Insbesondere muss gelten: Faktornachfragekurven müssen eine nicht-positive Steigung haben.

Skalenerträge und Kostenfunktion
- Zunehmende Skalenerträge implizieren fallenden Durchschnittskosten
- Konstanten Zahlenerträge implizieren konstante Durchschnittskosten
- Fallende Skalenerträge implizieren steigende Durchschnittskosten

Durchschnittskosten $AC = \frac{c(w_1, w_2, y)}{y} \Rightarrow AC = \frac{c(w_1, w_2, 1)}{y}y = c(w_1, w_2, 1)$ bei konstanten Skalenerträgen und Produktionsmenge 1 (Einheitsproduktionsmenge)

- konstante Skalenerträge: $c(w_1, w_2, y) = c(w_1, w_2, 1)y$
- steigende Skalenerträge: $c(w_1, w_2, y) < c(w_1, w_2, 1)y$
- fallende Skalenerträge: $c(w_1, w_2, y) > c(w_1, w_2, 1)y$

Langfristige und kurzfristige Kosten
- lange Frist: Die langfristige Kostenfunktion gibt die minimalen Kosten der Produktion eines gegebenen Outputs an, unter der Voraussetzung, dass alle Produktionsfaktoren variabel sind.
- kurze Frist: einige Produktionsfaktoren sind fix.

Versunkene Kosten (sunk costs)

- versunkene Kosten: Sie fallen an, wenn Kosten (z.B. beim Start einer Firma) zwar entstehen, aber später nicht mehr durch den Verkauf am Markt in Geld zurückverwandelt werden können.
- Sunk-cost-Effekt: Nicht-rationales Verhalten, um versunkene Kosten vermeintlich doch nutzbar zu machen, indem man die bisherige sunk-cost-erzeugende Aktivität weiter betreibt.
- Manchmal funktioniert es aber doch, scheinbar versunkene Kosten am Markt wieder zu verdienen: Man findet ein neues Nutzungskonzept.